fonctions exponentielles

III] Ce qu'il faut retenir

1. Définition

$a > 0$ est la base de l'exponentielle.
$f(x) = a^x$ est l'exponentielle de base a
Ex : $f(x) = 1,3^x$: exponentielle de base 1,3
$g(x) = 0,6^x$: " " 0,6

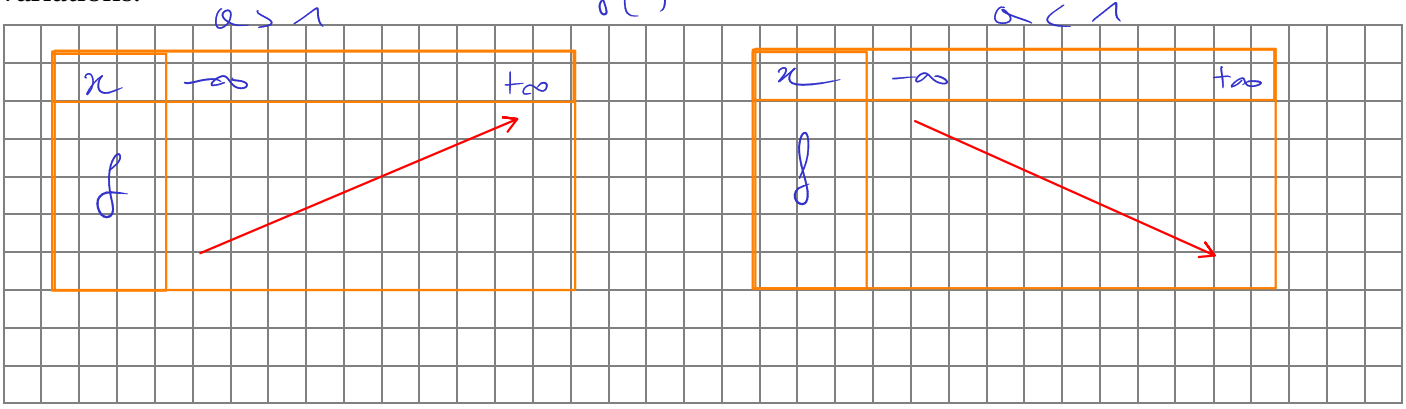
2. Propriétés algébriques.

- $a^0 = 1$ — $0,7^0 = 1$ — $2,6^0 = 1$
- $a^b \times a^c = a^{b+c}$ — $2^3 \times 2^5 = 2^8$ — $2^4 \times 2^{-7} = 2^{-3}$
- $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$ — $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
- $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ — $\frac{3^5}{3^7} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$
- $(a^b)^c = a^{b \times c}$ — $(3^2)^5 = 3^{10}$ — $(5^4)^{1/2} = 5^2$

3. Courbe représentative. $a > 0$

$f(x) = a^x$

4. Variations.



IV] Exercices

1. Automatismes

a. L'écriture décimale de 2^{-2} est :

$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$

b. $2^{3,4} \times 2^{1,6} =$

Valeur

$2^{3,4+1,6} = 2^5 = 32$

c. $\frac{3^{5,8}}{3^{2,8}} =$

valeur

$3^{5,8-2,8} = 3^3 = 27$

d. $\left(4^{0,25}\right)^8 =$

Valeur

$4^{0,25 \times 8} = 4^2 = 16$

e. $\left(5^{0,2}\right)^{-5} =$

décimale

$5^{0,2 \times (-5)} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2$

2. Exercice

La décroissance radioactive est la réduction du nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon.
On considère un échantillon de matériaux radioactifs et on note N(t) le nombre de noyaux à l'instant t (exprimé en années).

On modélise la décroissance radioactive de cet échantillon par la relation : $N(t) = 10 \times 0,5^{\frac{t}{30}}$.

a. Déterminer le nombre de noyaux de l'échantillon à l'état initial.

$t = 0$ $\quad N(0) = 10 \times 0,5^{0/30} = 10$

b. Déterminer le nombre d'atomes dans l'échantillon au bout de dix ans.

c. Déterminer les variations de la fonction N. Cela est-il cohérent avec la situation modélisée ?

d. On appelle « période radioactive » la durée au bout de laquelle le nombre de noyaux présents dans l'échantillon est réduit de moitié.
Déterminer graphiquement la période radioactive de l'échantillon.
Retrouver ce résultat par le calcul.