Lycée Auguste Renoir
Première STD2A 1

Mathématiques
9 janvier 2024

Fréquences et probabilités conditionnelles

I] Rappels sur les probabilités

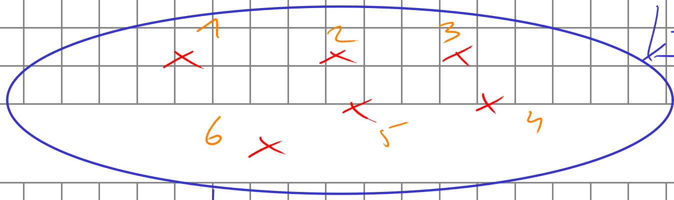
1. Univers.

univers : ensemble de toutes les issues

noté Ω

$P(\Omega) = 1$

$|\Omega|$



$P(\emptyset) = 0$

2. Probabilité d'un événement.

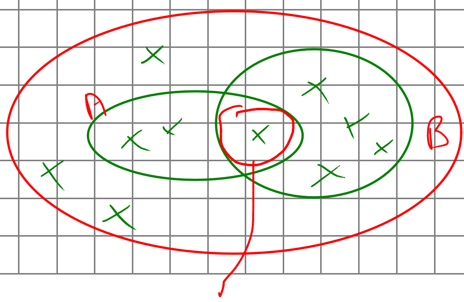
E est un événement.

Si les événements élémentaires de Ω sont équiprobables

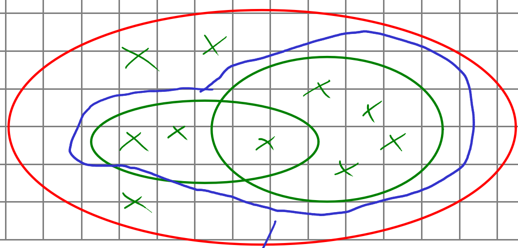
$$P(E) = \frac{\text{nombre d'éléments de } E}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

3. Intersection ($\cap$) et Union ($\cup$) d'événements.

$\cap$ « et » $\qquad \cup$ « ou »



$A \cap B$



$A \cup B$

4. $P(A \cup B)$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5. Exercice.
On tire une carte parmi 32.
C est l'événement «La carte est un cœur».
R est l'événement «La carte est un roi».

a. Calculer $P(C)$.

$P(C) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

b. Calculer $P(R)$.

$P(R) = \frac{4}{32} = 0,125$

c. Décrire l'événement $C \cap R$ et calculer $P(C \cap R)$.

$C \cap R$: « le roi de coeur »

$P(C \cap R) = \frac{1}{32}$

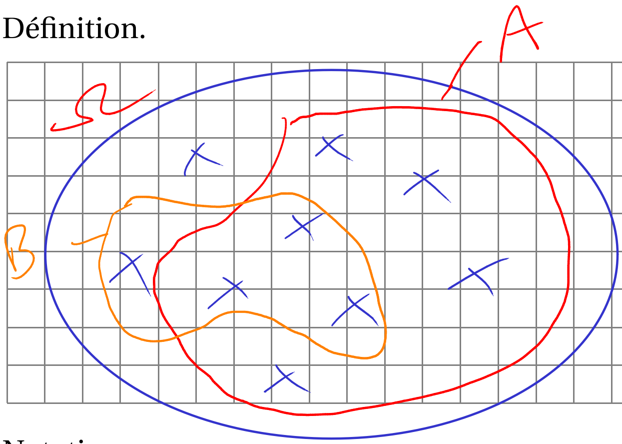
d. Décrire l'événement $C \cup R$ et calculer $P(C \cup R)$.

$C \cup R$: « la carte est un roi ou un coeur »

$P(C \cup R) = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32} \approx 0,375$

II] Probabilité conditionnelle

1. Définition.



Si on sait que A est réalisé, on calcule la probabilité sachant A

2. Notation

probabilité sachant A de B

on note : $P_A(B)$

plus haut : $P(B) = \frac{4}{9}$ $P_A(B) = \frac{3}{7}$

3. Exemple

On tire une carte parmi 32.

C est l'événement «La carte est un cœur».

R est l'événement «La carte est un roi».

a. Interpréter et calculer $P_R(C)$.

$P_R(C)$: probabilité d'avoir un coeur sachant que c'est un roi

$P_R(C) = 0,25$

b. Interpréter et calculer $P_C(R)$. roi sachant coeur

$P_C(R) = \frac{1}{8}$

III] Tableau croisé d'effectifs

1. Exercice 1

À l'entrée d'un stade, des portiques de sécurité sont mis en place. Ils servent à détecter les objets métalliques que pourraient emporter des supporters.

On suppose que le stade a une capacité de 5 000 personnes.

On admet que :

– un supporter sur 100 porte un objet métallique ;

– lorsqu'un supporter franchit le portique avec un objet métallique, ce dernier sonne avec un pourcentage de 98 % ;

– lorsqu'un supporter franchit le portique sans objet métallique, ce dernier ne sonne pas avec un pourcentage de 96 %.

$M \quad \overline{M}$

$S \quad \overline{S}$

a. Établir le tableau croisé d'effectifs

	S	$\overline{S}$	Total
M	49	1	50
$\overline{M}$	198	4752	4950
Total	247	4753	5000

b. Déterminer l'effectif de l'événement : « Un supporter fait sonner le portique ».

247 $\quad P(S) = \frac{247}{5000} = 0{,}049$

$= 4{,}9\ \%$

c. On choisit au hasard un supporter. Sachant que le portique a sonné, calculer la probabilité que le supporter porte un objet métallique. Arrondir les résultats au millième.

$P_S(M) = \frac{49}{247} = 0{,}198 = 19{,}8\ \%$

mais $P_{\overline{S}}(M) = \frac{1}{4753} = 0{,}00021$

$= 0{,}021\ \%$

$B \quad \bar{B}$ $\quad\quad L \quad \bar{L}$

2. Exercice 2

Dans un magasin, un bac contient des tee-shirts soldés. On sait que 50 % des tee-shirts sont de couleur bleue et que 75 % des tee-shirts sont à manches longues. Parmi les tee-shirts qui ne sont pas à manches longues, 40 % ne sont pas de couleur bleue. Adèle choisit au hasard un tee-shirt à manches longues. Quelle est la probabilité qu'il soit de couleur bleue ?

	B	$\bar{B}$	Total
L	35	40	75
$\bar{L}$	15	10	25
Total	50	50	100

$$P_L(B) = \frac{35}{75} = 0,46 = 46\%$$