exercices : fonction carrée et racine carrée

Exercice 1

x est un réel tel que $-5 \leqslant x \leqslant 3$.

$f(x) = x^2$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction carré sur l'intervalle $[-5\,;\,3]$.

x	-5	0	3
f	25 ↘	0	↗ 9

2. En déduire les extremums de f sur l'intervalle $[-5\,;\,3]$.

Max = 25

min = 0

3. Donner un encadrement de x^2.

$0 \leq x^2 \leq 25$

Exercice 2

Pour chaque cas, donner un encadrement de x^2, ou une inégalité vérifiée par x^2.

1. $-2 < x \leqslant 7$

x	-2	0	7
x^2	4 ↘	0	↗ 49

$0 \leq x^2 \leq 49$

2. $4 \leqslant x \leqslant 7$

x	4	7
x^2	16 ↗	49

$16 \leq x^2 \leq 49$

3. $x > -3$

x	-3	0	
x^2	9 ↘	0	↗

$x^2 \geq 0$

4. $x < -2$

x		-2
x^2	↘	4

$x^2 > 4$

5. $-6 \leqslant x \leqslant 3$

$0 \leq x \leq 36$

6. $-11 < x \leqslant -2$

$4 \leq x < 121$

Exercice 3

x est un réel tel que $-4 \leqslant x \leqslant 6$. Peut-on affirmer que $16 \leqslant x^2 \leqslant 36$? Justifier précisément.

Non : contre-exemple : $x = 0$, $x^2 = 0$ pas entre 16 et 36.

Exercice 4

Écrire les expressions suivantes sans racine carrée au dénominateur.

1. $\dfrac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ $\times \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \dfrac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2} = 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$.

$\dfrac{2}{\sqrt{3}-2}$ $\quad -4-2\sqrt{3} \approx -7.464101615$

2. $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ $\times \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} =$

$\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{6}-\sqrt{35}-\sqrt{15}}{7-3}$

$= \dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{6}-\sqrt{35}-\sqrt{15}}{4}$

3. $\dfrac{1+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$

$\dfrac{(1+2\sqrt{3})(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \dfrac{1-\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{1-2} = -1+\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

4. $\dfrac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{\pi+1}}$

pour vendredi

5. $\dfrac{2-3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

pour vendredi

6. $\dfrac{1+5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

$2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \sqrt{2}(2+5) = 7\sqrt{2}$

$\sqrt{8} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$