

**problèmes d'optimisation...**

On doit décider des dimensions d'une boîte de maïs en aluminium de contenance 20 cl.

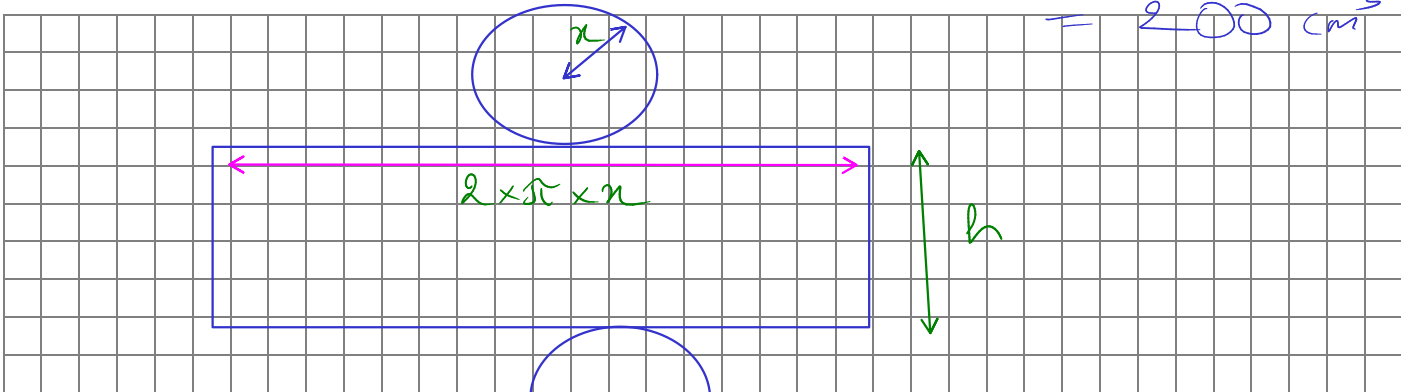


1. La boîte est en forme de cylindre de hauteur  $h$  et de rayon  $x$ . Faire apparaître  $h$  et  $x$  sur la photo.
2. Transformer 20 cl en  $\text{cm}^3$ . Les distances seront dorénavant en cm, et les volumes en  $\text{cm}^3$ .

$$20 \text{ cl} = 200 \text{ cm}^3 \qquad 1 \text{ cl} = 0,01 \text{ l}$$

$$20 \text{ cl} = 0,20 \text{ l}$$

3. Schématiser le patron de la boîte, en faisant apparaître les distances  $x$  et  $h$ .



4. En calculant le volume de la boîte, démontrer que  $h = \frac{200}{\pi x^2}$ .

$$\pi \times x^2 \times h = 200$$

$$h = \frac{200}{\pi x^2}$$

5. Exprimer La surface d'aluminium nécessaire à la construction en fonction de  $x$  et  $h$ .

$$S = \underbrace{2 \pi x^2}_{\text{2 capuchons}} + \underbrace{2 \pi x h}_{\text{cylindre}}$$

6. On appelle  $S(x)$  la surface nécessaire d'aluminium en fonction de  $x$ . Démontrer que  $S(x) = \frac{400}{x} + 2\pi x^2$ .

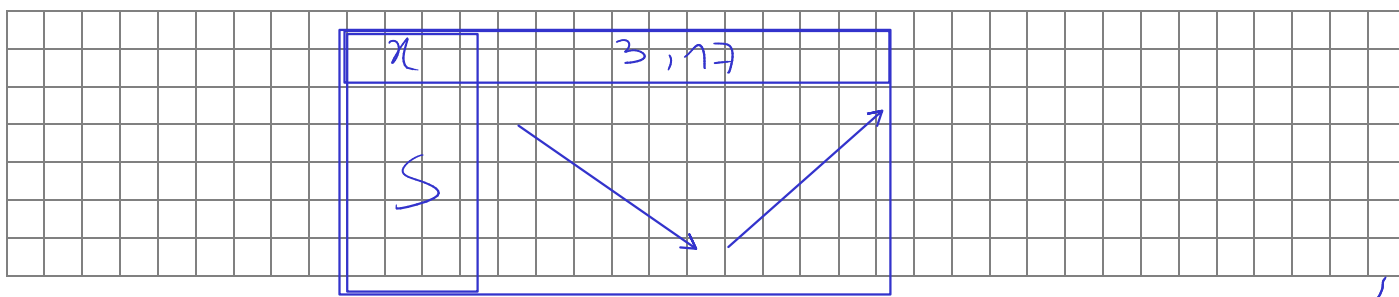
$$S = 2\pi x^2 + 2\pi x \times \frac{200}{\pi x^2}$$
$$S = 2\pi x^2 + \frac{400}{x}$$

7. Quel est l'ensemble de définition de la fonction  $S$ ?

$$\mathbb{R}^{+*} \text{ ou } ]0; +\infty[$$

8. Tracer la courbe représentative de  $S$  avec le logiciel GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)).

9. Dresser le tableau de variations de  $S$ . Les valeurs seront arrondies au mm.



10. Pour quelle valeur de  $x$  la surface est-elle minimale?

$$x = 3,17$$

11. Calculer la hauteur  $h$  de boîte correspondant à la valeur de  $x$  permettant une surface minimale.

$$h = \frac{200}{\pi \times 3,17^2} = 6,33$$

12. **Devoir maison** à rendre le vendredi 9 février :

« On désire fabriquer une casserole en aluminium de contenance 1 litre, de forme cylindrique sans couvercle. Quelles sont les dimensions à donner à cette casserole, afin d'économiser au maximum le métal? »

Contraintes :

- Travail individuel ou à deux élèves.
- Rendu papier sur une page A4, quadrillée ou pas.
- Importance du soin, et de la précision du raisonnement...
- Les dessins, schémas, figures explicatives, calculs doivent être mis en valeur.
- Les outils numériques peuvent être utilisés (mais ce n'est pas obligatoire).