Lycée Auguste Renoir
Seconde 1
Corrigé

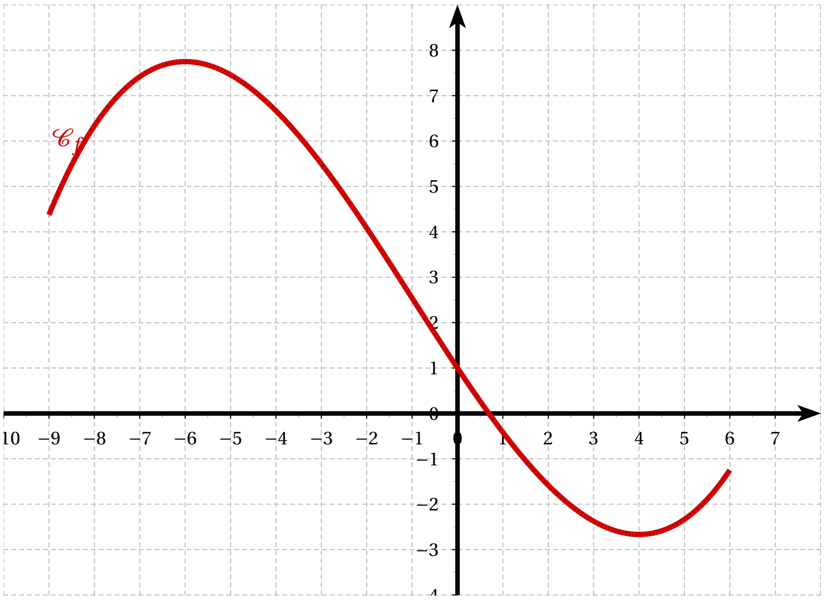
Mathématiques

Évaluation n°1

Exercice 1

(4 points)

On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f :



1. Déterminer l'ensemble de définition de f.

•••••

$D_f = [-9\,;\,6]$.

•••••

2. Déterminer l'image de 0 par la fonction f.

•••••

$f(0) = 1$.

•••••

3. Donner un nombre qui n'a aucun antécédent par la fonction f.

•••••

8 par exemple n'a aucun antécédent par la fonction f.

•••••

4. Quel est le maximum de f sur l'intervalle $[-9\,;\,6]$?

•••••

Le maximum de f sur l'intervalle $[-9\,;\,6]$ est environ 7,8.

•••••

Quel est le minimum de f sur l'intervalle $[-9\,;\,6]$?

•••••

Le minimum de f sur l'intervalle $[-9\,;\,6]$ est environ $-2,7$.

•••••

Exercice 2

(2 points)

Développer $A = (2x-3)(x-7)$.

•••••

$A = 2x^2 - 17x + 21$

•••••

Développer $A = (3x-2)(x-5)$.

•••••

$A = 3x^2 - 17x + 10$

•••••

Exercice 3 *(2 points)*

Factoriser $B = (3x-2)(x-6)+(x-6)(4x+7)$.

• • • • •

$B = (x-6)(7x+5)$

• • • • •

Factoriser $B = (4x-2)(x-5)+(x-5)(5x+7)$.

• • • • •

$B = (x-5)(9x+5)$

• • • • •

Exercice 4 *(2 points)*

x est un nombre compris entre -4 et 7. Donner, en justifiant avec un tableau de variations, un encadrement de x^2.

• • • • •

Si f est définie par $f(x) = x^2$ sur $[-4\,;\,7]$, le tableau de variations de f est :

x	-4		0		7
f	16	↘	0	↗	49

Et donc x^2 est compris entre 0 et 49.

• • • • •

x est un nombre compris entre -3 et 8. Donner, en justifiant avec un tableau de variations,un encadrement de x^2.s

• • • • •

Si f est définie par $f(x) = x^2$ sur $[-3\,;\,8]$, le tableau de variations de f est :

x	-3		0		8
f	9	↘	0	↗	64

Et donc x^2 est compris entre 0 et 64.

• • • • •

Exercice 5 *(2 points)*

Écrire $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ sans racine carrée au dénominateur.

• • • • •

$$\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

• • • • •

Écrire $\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$ sans racine carrée au dénominateur.

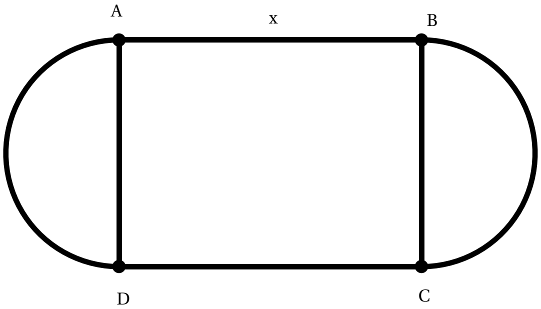
• • • • •

$$\frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{\sqrt{5}-1}{5-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

• • • • •

Exercice 6 *(8 points)*

On schématise un stade (piste d'athlétisme et surface de jeu) par la figure suivante :

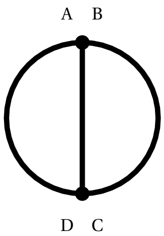


On veut trouver les dimensions à donner au stade pour que la piste de course mesure **400** m et que la surface de jeu (le rectangle ABCD) soit la plus grande possible.
On note x la distance AB.

1. Schématiser le stade dans le cas où $x = 0$ et dans le cas $x = 200$. Quelle est alors l'aire de la surface de jeu ?

•••••

- Dans le cas où $x = 0$.



La piste est circulaire et l'aire de jeu est nulle.

- Dans le cas où $x = 200$.

La piste est rectiligne et l'aire de jeu est nulle.

•••••

2. On rappelle que le périmètre d'un cercle de diamètre d est $\pi \times d$.
Expliquer rapidement pourquoi on a $\pi \times d + 2x = 400$.

•••••

La piste mesure 400 m et est la somme des deux demi-cercles ($\pi \times d$ de longueur, quand d est la distance AD) et des deux parties rectilignes ($2x$ de longueur).
On a donc $\pi \times d + 2x = 400$

•••••

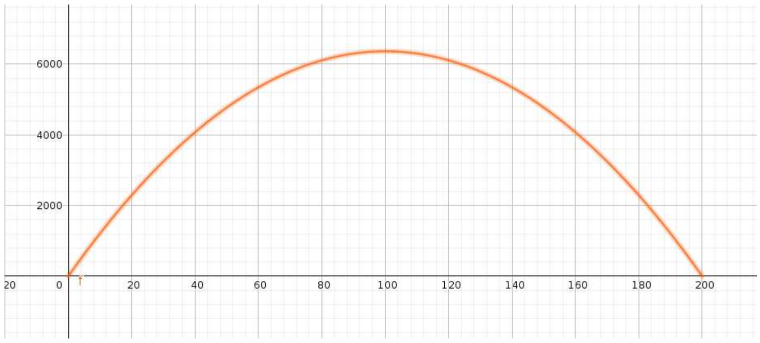
3. On déduit de la question précédente que $d = \dfrac{400 - 2x}{\pi}$. Exprimer la surface S du rectangle ABCD en fonction de x.

•••••

On a donc S= $d \times x = \dfrac{400 - 2x}{\pi} \times x = \dfrac{x(400 - 2x)}{\pi}$.

•••••

4. On a tracé la courbe représentative de la fonction S à l'aide d'un logiciel :



Dresser le tableau de variations de la fonction S.

•••••

Il semble que :

x	0	100	200
S	0 ↗	≈ 6400	↘ 0

•••••

5. En déduire la valeur à donner à x pour que l'aire de jeu ait la surface maximale ? Quelle est la conséquence sur la répartition des distances sur la piste ?

•••••

Pour que l'aire de jeu ait la surface maximale, il faut que x mesure 100 mètres ?

Il faut donc que les parties rectilignes mesurent 100 m, ainsi que les parties circulaires.

•••••

Exercice 7 BONUS *(1 point)*

Aujourd'hui la somme des âges des cinq membres de la famille de Léo est 80. Les deux plus jeunes ont 3 et 5 ans. Quelle était la somme des âges des membres de la famille il y a sept ans ?

•••••

(en supposant que personne n'a six ans...)

La somme des âges des trois plus âgés est $80 - 3 - 5 = 72$.

Ces trois seuls étaient nés il y a sept ans, la somme de leurs âges valait $72 - 3 \times 7 = 51$.

•••••

Statistiques

Moyenne : 13,8

Écart-type : 3,1