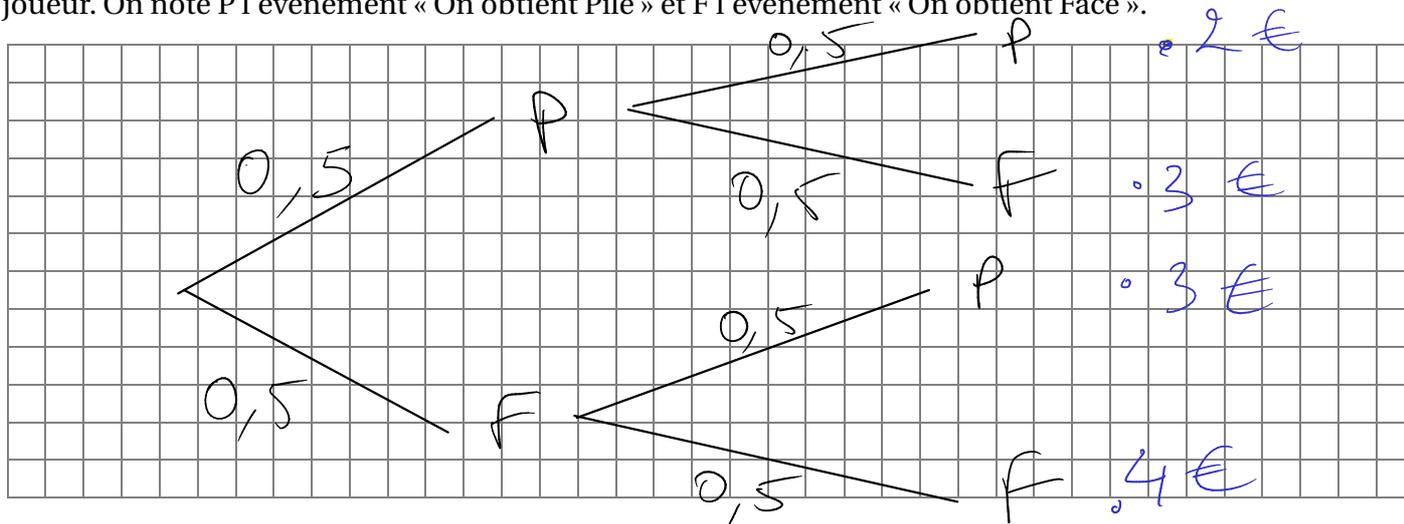


Variables aléatoires

I] Variable aléatoire

1. Exemple et principe de l'arbre pondéré

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. Si on obtient Pile, on gagne 1 €, sinon on gagne 2 €. On définit la variable aléatoire X qui, à chaque issue du jeu, associe la somme gagnée par le joueur. On note P l'événement « On obtient Pile » et F l'événement « On obtient Face ».



2. Définition

On considère une expérience aléatoire. Définir une variable aléatoire, c'est associer à chaque issue de l'expérience un nombre réel. On la note à l'aide d'une lettre majuscule : X ou Y par exemple.

$$X \in \{2; 3; 4\}$$

II] Loi de probabilité

On considère une expérience aléatoire sur laquelle on a défini une variable aléatoire X . Définir la loi de probabilité de X , c'est associer, à chaque valeur de la variable aléatoire, la probabilité de l'événement associé.

x_i	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,25	0,5	0,25

$$P(X=3) = 0,5 \times 0,5 + 0,5 \times 0,5$$

$$= 0,25 + 0,25$$

$$= 0,5$$

$$0,5 = \frac{5}{10} \quad 0,5 \times 0,5 = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{25}{100} = 0,25$$

III] Espérance

1. Définition et calcul

On considère une expérience aléatoire sur laquelle on a défini une variable aléatoire X . On donne la loi de probabilité de X .

L'espérance de X , notée $E(X)$ est définie par : $E(X) = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \dots + p_n a_n$.

$$\begin{aligned} E(X) &= 2 \times 0,25 + 3 \times 0,5 + 4 \times 0,25 \\ &= 0,5 + 1,5 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

2. Signification de l'espérance

L'espérance correspond à la valeur moyenne de la variable aléatoire que l'on peut espérer lorsque l'on répète l'expérience un grand nombre de fois.

gain « moyen » de 3 €
Ex: on joue 10 000 fois
 $10000 \times 3 = 30000$ €

```
1 n = 10000
2 def UnJeu():
3     r = choice(["P", "F"]) + choice(["P", "F"])
4     gain = r.count("P") + 2 * r.count("F")
5     print(r, gain, end=" ")
6     return gain
7
8 gainTotal = 0
9 for i in range(n):
10     gainTotal += UnJeu()
11 print('\n', gainTotal, "€")
```

Exécuter

PP 2 FP 3 FP 3 PF 3 FP 3 FF 4 PP 2 FP 3 FP 3 PP 2 PP 2
30079 €
en moyenne: 3.01

