

**Probabilités : loi binomiale**

**I] Activité d'introduction**

1. On lance 1 dé et on s'intéresse au nombre X de six. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités et exprimer la loi de probabilité dans un tableau. Calculer l'espérance de cette loi de probabilités.

$B\left(1; \frac{1}{6}\right)$

$X = n_i$	0	1
$P(X = n_i)$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = 0 \times \frac{5}{6} + 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

2. On lance 2 dés successivement et on s'intéresse au nombre X de six obtenus. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités et exprimer la loi de probabilité dans un tableau. Calculer l'espérance de cette loi de probabilités.

nb des 6	0	1	2
$P$	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(X) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

3. On lance 3 dés successivement et on s'intéresse au nombre X de six obtenus. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités et exprimer la loi de probabilité dans un tableau. Calculer l'espérance de cette loi de probabilités.

$n$	0	1	2	3
$P$	$\frac{125}{216}$	$3 \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$	$3 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$	$\frac{1}{216}$
		$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	

$$E(X) = \frac{108}{216} = \frac{1}{2}$$

4. etc

La misère!

## II] La loi binomiale et le calcul des probabilités en général

$$P(X=n_i) = \frac{n!}{n_i! (n-n_i)!} p^{n_i} (1-p)^{n-n_i}$$

### 1. Loi binomiale de paramètres n et p.

On répète  $n$  fois, de manière indépendante, une expérience de probabilité de succès  $p$ , et on compte le nombre  $X$  de succès.  $X$  suit la

### 2. Nombre de chemins dans un arbre : le coefficient binomial.

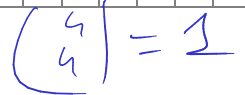
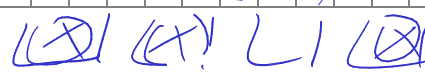
loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$

$\binom{n}{k}$ , qui se lit «  $k$  parmi  $n$  », est le nombre de branches rencontrant  $k$  succès dans un arbre à  $n$  étages.

Ex.  $\binom{3}{1} = 3$      $\binom{3}{0} = 1$      $\binom{3}{2} = 3$



$\binom{4}{0} = 1$      $\binom{4}{1} = 4$      $\binom{4}{2} = 6$      $\binom{4}{3} = 4$      $\binom{4}{4} = 1$



### 3. Triangle de Pascal.

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

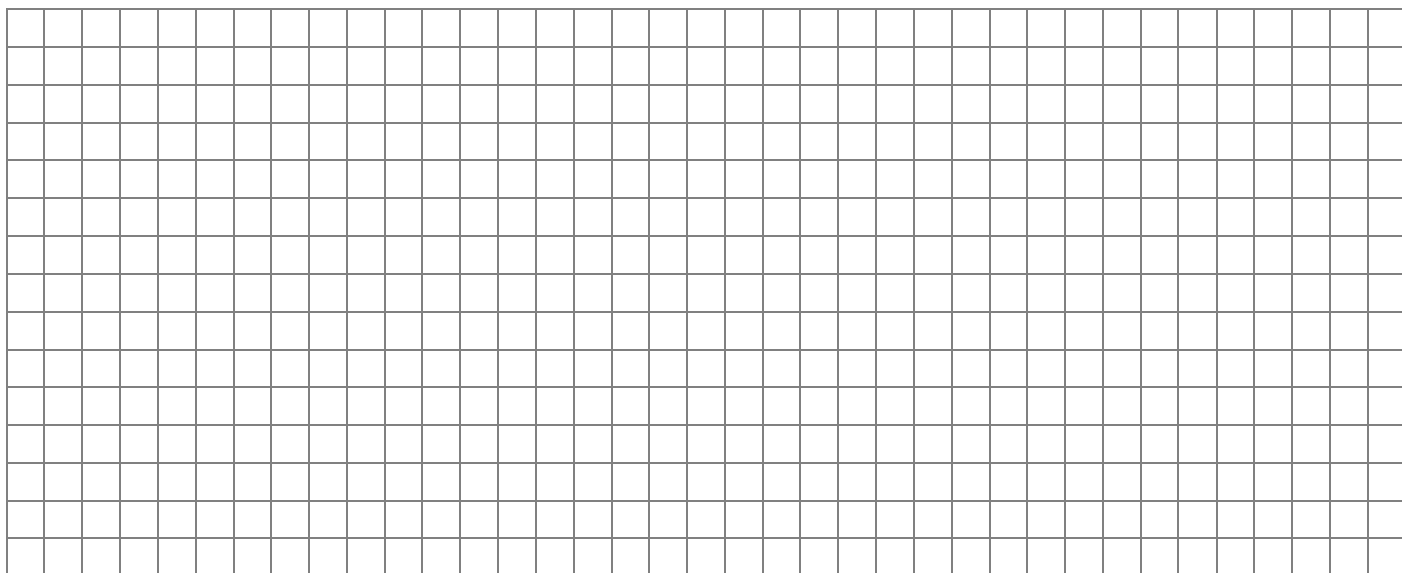
#### 4. La formule

$$n \quad \text{et} \quad p$$
$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

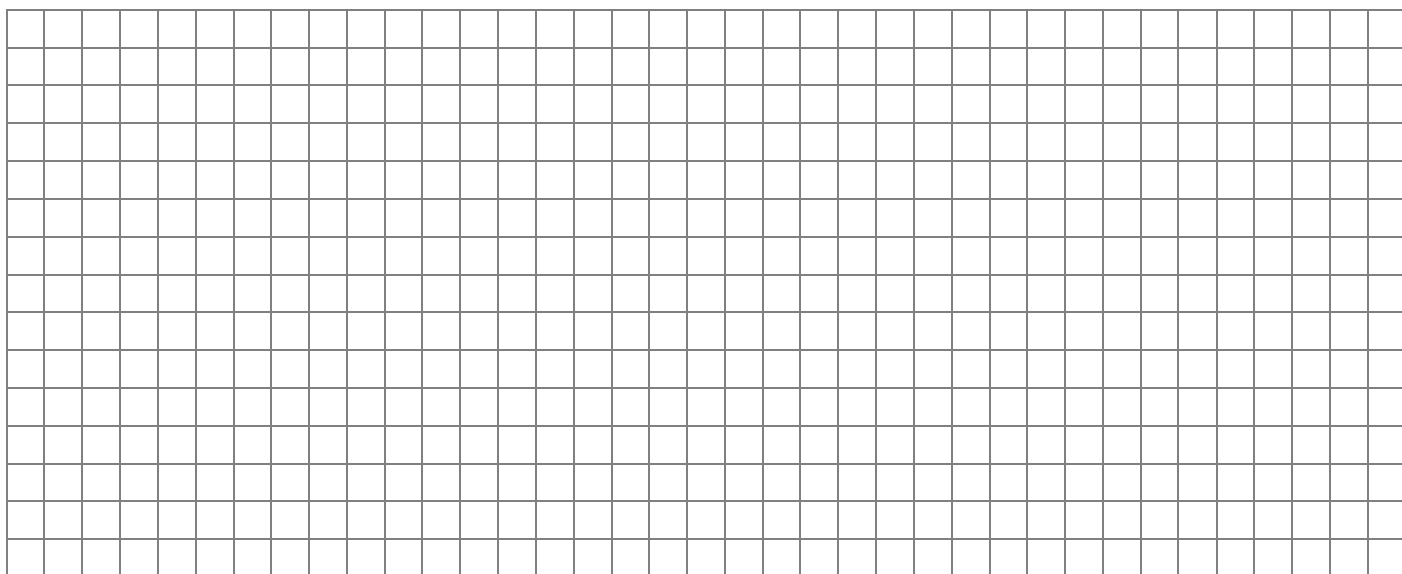
on :  $n = 10$        $p = 0,2$

$$P(X = 7) = \binom{10}{7} \times 0,2^7 \times 0,8^3$$

#### 5. Avec Geogebra



#### 6. Espérance d'une loi binomiale.



\* 26/10

\* 26/10

0,03!

A : « deux élèves dans la classe ont la même date d'anniv' »

$\bar{A}$  : « tous les élèves ont une date d'anniv' différente »

27 élèves

362/355

$\frac{363}{365}$

$\frac{364}{365}$

date 7

2

X

1/365 X

1

0

X

$\alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	G	I	π	λ	μ	θ	3		
2	φ	ψ	θ	R	S	N	7		
3	A	B	C	ω	ξ	21	28		
4	D	E	F	P	Y	56	84		
5	H	M	K	35	70	126			
6	P	6	21	56	126				
7	V	7	28	84					
8	I	8	36						
9	I	9							
10	I								

Rangs perpendiculaires

$$P(\bar{A}) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots$$

$$\times \frac{339}{365} = \frac{365 \times 364 \times \dots \times 339}{365^{27}}$$

$$= 0,37$$

$$P(A) = 0,63$$


---

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(1+x)^6 = 1x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$$

hors programme (!)

$$\binom{13}{6} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$\times \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}$$

$$= \frac{13!}{6! \cdot 7!}$$

$$\binom{13}{6} = \frac{13!}{6! (13-6)!}$$