

Probabilités

Ω omega

I] Expérience aléatoire

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont les résultats possibles sont connus sans que l'on puisse déterminer lequel sera réalisé.
- Une **issue** est un des résultats possibles d'une expérience aléatoire.
- L'**univers** associé à une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes ses issues possibles.

Ex: on jette un dé
 une issue: « faire 6 »
 $\Omega = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6 \}$

II] Loi de probabilité

Définir une loi de probabilité pour une expérience aléatoire dont l'univers est $\Omega = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ consiste à attribuer à chacune des issues un nombre p_i positif ou nul, appelé probabilité, tel que $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$.
 En répétant un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de chaque issue se stabilise autour d'une valeur. Il est donc raisonnable de prendre cette valeur comme probabilité de l'issue.

Exemple :

• Pour l'expérience précédente:
 $p_1 = \frac{1}{6}$ $p_2 = \frac{1}{6}$... $p_6 = \frac{1}{6}$

• Lancer deux dés et faire la somme. $\Omega = \{ 2; 3; \dots; 12 \}$
 probabilité de somme 7 = 0,16

Situation d'équiprobabilité :

Si tous les événements élémentaires ont la même probabilité

2	: 0.0258
3	: 0.0568
4	: 0.0807
5	: 0.114
6	: 0.138
7	: 0.163
8	: 0.141
9	: 0.111
10	: 0.0842
11	: 0.0561
12	: 0.0294

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$\frac{5}{36} = 0,138$

III] Événement

$$\Omega = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

- Un événement A est un ensemble d'issues : c'est une partie de l'univers Ω .
- Une issue x_i réalise l'événement A lorsque x_i est un élément de A.
- Un événement élémentaire est un événement qui ne contient qu'une seule issue. B
- Un événement impossible est un événement qui n'est réalisé par aucune issue. C
- Un événement certain est un événement qui est réalisé par toutes les issues. D
- La probabilité de A, notée $P(A)$, est la somme des probabilités des issues de A.

Exemple :

à lancer deux dés et faire la somme \Rightarrow
 A : ce faire 7 ou moins $\Rightarrow A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
 3 réalise A
 B : $\{8\}$ C : $\{1\}$
 D : ce faire plus que 1 \Rightarrow

IV] Intersection et réunion d'événements

1. Vocabulaire

Soient A et B deux événements d'un univers Ω .

- L'intersection de A et B est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B (les deux à la fois).
notation :

$$A \cap B \quad \left\langle A \text{ et } B \right\rangle$$

- La réunion de A et B est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B (au moins l'un des deux).
notation :

$$A \cup B \quad \left\langle A \text{ ou } B \right\rangle$$

- Les événements A et B sont incompatibles lorsque $A \cap B = \emptyset$. \rightarrow ensemble vide

$$\begin{array}{l|l} A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\} & E = \{\text{moins que } 3\} \\ B = \{8\} & F = \{\text{plus que } 5\} \end{array}$$

2. Formule

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ex : 32 cartes
 $R = \{4 \text{ rois}\} \quad C = \{4 \text{ coeurs}\}$
 $P(R) = \frac{4}{32} \quad P(C) = \frac{4}{32}$
 $P(R \cap C) = \frac{1}{32}$
 $P(R \cup C) = \frac{4}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{7}{16}$

