Lycée Auguste Renoir
Première STD2A 1

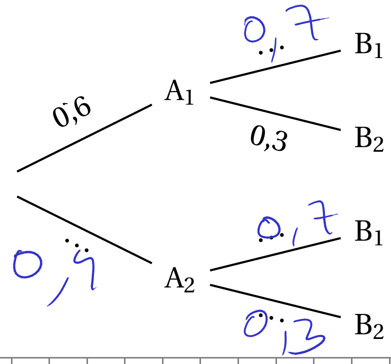
Mathématiques
6 ou 8 mars 2024

Variables aléatoires

Exercice 1

On a représenté par l'arbre pondéré ci-contre une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.

1. Quelles sont les issues de la première épreuve ?
2. Quelles sont les issues de la deuxième épreuve ?
3. Donner les probabilités manquantes sur l'arbre.



1) A_1 et A_2

2) B_1 et B_2

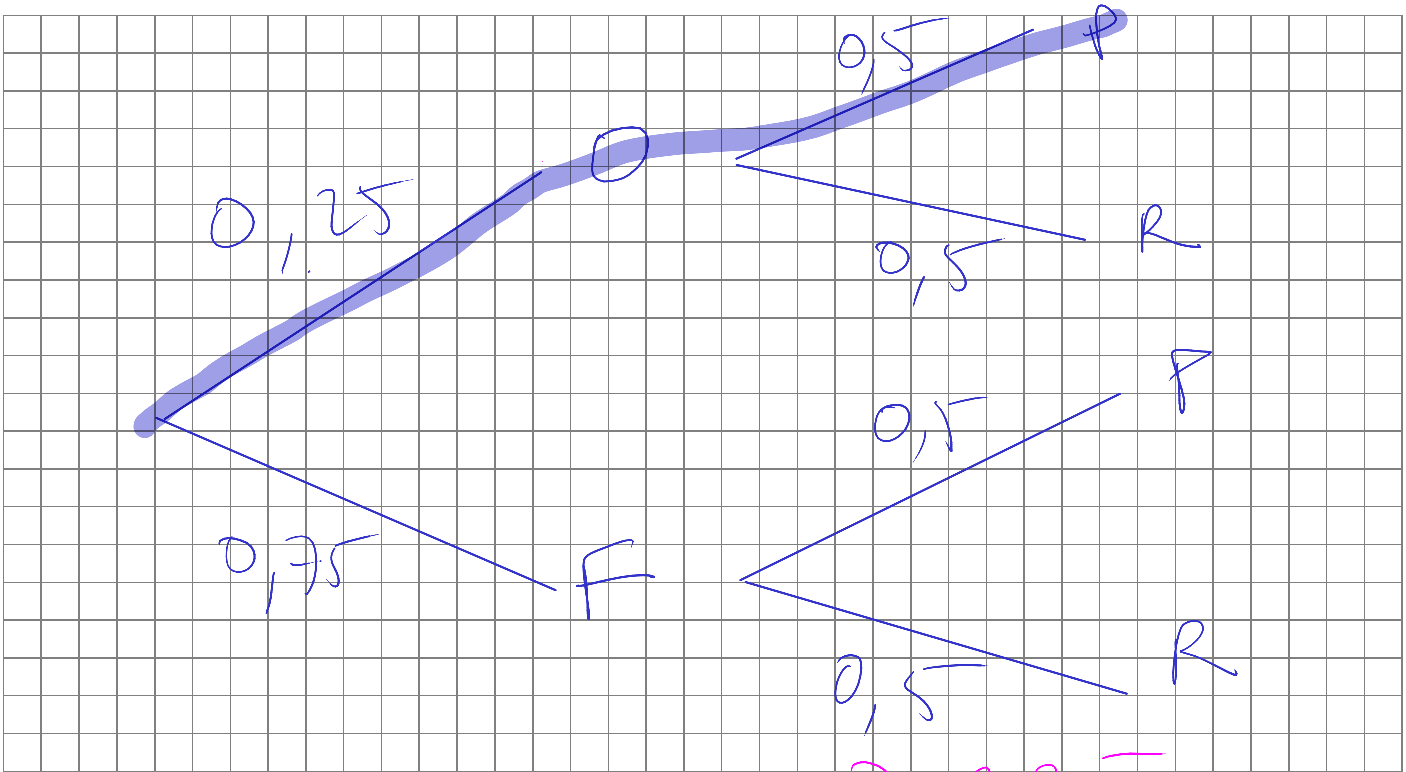
Exercice 2

Au goûter du centre de vacances, Céline prend au hasard un gâteau fourré puis une brique de jus de fruit.

Dans un premier sac, il y a 12 gâteaux à l'orange et 36 gâteaux à la fraise. = 48

Dans un second sac, il y a 24 briques de jus de pomme et 24 briques de jus de raisin.

1. Construire un arbre de probabilités illustrant cette situation pour donner l'ensemble Ω des issues. On notera O le choix d'un gâteau à l'orange, F le choix d'un gâteau à la fraise, P le choix d'une brique de jus de pomme et R le choix d'une brique de jus de raisin.
2. Calculer la probabilité de l'événement A : « Céline a pris un gâteau à l'orange et un jus de pomme ».



$P(A) = 0,25 \times 0,5 = 0,125$

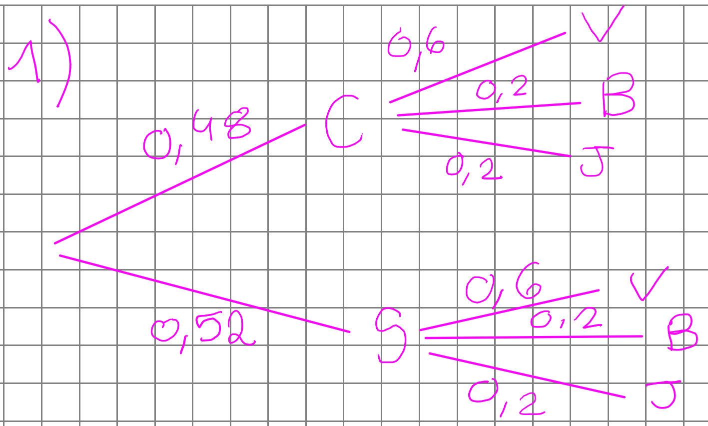
Exercice 3

Pour réaliser un travail en arts plastiques, Zitoun dispose d'une boîte d'objets à peindre où se trouvent 48 % de cubes et 52 % de sphères, et de 5 tubes de peinture : 3 tubes de vert, 1 tube de bleu et 1 tube de jaune.

Il prend au hasard un objet et un tube de peinture.

1. Construire un arbre illustrant cette situation pour donner l'ensemble Ω des issues.
2. Calculer la probabilité de l'événement A : « Zitoun prend un cube et un tube de peinture verte ».
3. Calculer la probabilité de l'événement B : « Zitoun prend une sphère et un tube de peinture jaune ».

1)



2)

$0,48 \times 0,6 = \boxed{0,288}$

3)

$0,52 \times 0,2 = \boxed{0,104}$

Exercice 4

On note X la variable aléatoire qui, à chaque jour, associe le nombre de voitures neuves vendues par un concessionnaire.

Sa loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Valeur x_i	0	1	2	3
Probabilité $p(X = x_i)$	0,45	0,3	0,15	p

1. Donner la probabilité $p(X = 1)$. $= 0,3$
2. Calculer $p(X \leqslant 1)$. $= 0,3 + 0,45 = 0,75$
3. Calculer le réel p.

$0,45 + 0,3 + 0,15 = 0,90$

$1 - 0,90 = 0,1$

$p = 0,1$

Exercice 5

On lance une pièce de monnaie truquée de telle manière que la probabilité de sortie de la face « PILE » est 0,4.

Le joueur gagne 3 euros si la face visible est « PILE », sinon il perd 2 euros.

On note G la variable aléatoire qui, à chaque lancer, associe le gain du joueur.

1. Etablir la loi de probabilité de G.
2. Calculer l'espérance de G.
3. Le jeu est-il équitable ? Justifier.

$E(X) = 0$

Exercice 6

Un restaurant propose à sa carte deux types de desserts :

- un assortiment de macarons choisis par 50 % des clients ;
- une part de tarte tatin choisie par 30 % des clients.

$50\% = \frac{50}{100} = 0,5$

On sait que 20 % des clients ne prennent pas de dessert et aucun client ne prend plusieurs desserts.

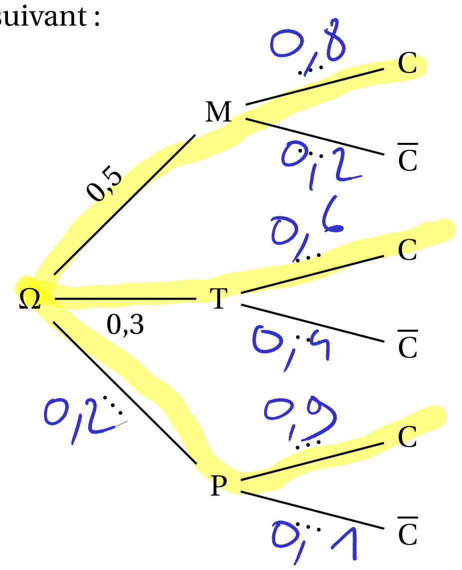
Le restaurateur a remarqué que :

- parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note :

- M l'événement : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
- T l'événement : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
- P l'événement : « Le client ne prend pas de dessert » ;
- C l'événement : « Le client prend un café ».

1. Compléter l'arbre de probabilités suivant :



8 €

6 €

8 €

6 €

2 €

0 €

2. a. Calculer la probabilité que le client prenne un café et un assortiment de macarons.

   b. Montrer que la probabilité que le client prenne un café est égale à 0,76.

3. Un assortiment de macarons est vendu 6 euros, une part de tarte tatin est vendue 6 euros et un café est vendu 2 euros.

   Chaque client prend un plat, et un seul, au prix unique de 18 euros et ne prend pas plus d'un dessert ni plus d'un café.

   Soit X la variable aléatoire égale à la somme totale dépensée par le client.

   a. Déterminer la loi de probabilité de X.

   b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

2 a. $P(M \cap C) = 0,5 \times 0,8 = 0,4$

b. $0,5 \times 0,8 + 0,3 \times 0,6 + 0,2 \times 0,9$
$= 0,4 + 0,18 + 0,18$
$= 0,76$

X	0	2	6	8
P	0,02	0,18	0,22	0,58

$0,3 \times 0,6 + 0,5 \times 0,8$

$0,3 \times 0,4 + 0,5 \times 0,2$

$E(X) = 0 \times 0,02 + 2 \times 0,18 + 6 \times 0,22 + 8 \times 0,58 = 6,32$

en moyenne, les clients dépensent 6,32 €